

Tytuł:

03

Problem plecakowy. Zastosowanie programowania binarnego i całkowitoliczbowego

Autor:

Piotr SAWICKI

Zakład Systemów Transportowych | WIT | PP

piotr.sawicki@put.poznan.pl

piotr.sawicki.pracownik.put.poznan.pl

www.facebook.com/Piotr.Sawicki.PUT

Przedmiot:

Optymalizacja w transporcie

Specjalność:

LT, TD, TŻ

Wersja:

2019.03.25



Agenda

Kluczowe elementy wykładu

WPROWADZENIE

Cel i zakres wykładu.

1

PROBLEM PLECAKOWY - ZAŁADUNEK

Istota. Sformułowanie matematyczne.
Rozwiązanie. Analiza rozwiązania

2

PODSUMOWANIE

Resume. Dyskusja

3

2

Wprowadzenie

Cel i zakres wykładu



→ Cel

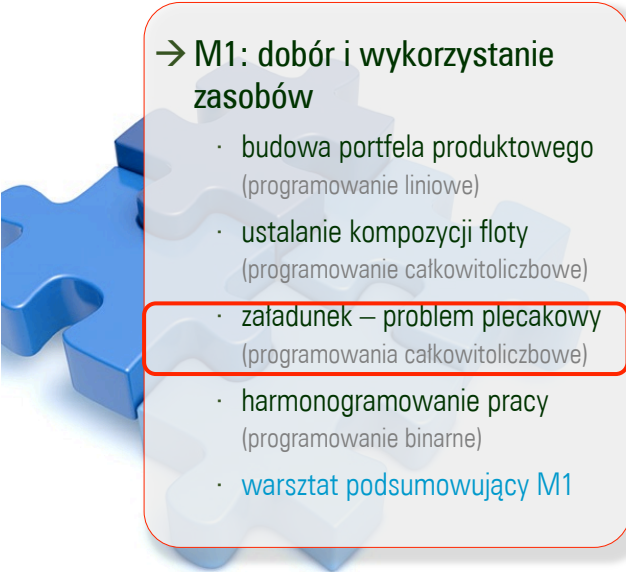
- na czym polega problem plecakowy?
- budowa modelu matematycznego – różne sformułowania
- rozwiązanie problemu z zastosowaniem Solver-a
- zakres zastosowania

Grafika: www.dreamstime.com

3

Wprowadzenie

Ramowy program zajęć



→ M1: dobór i wykorzystanie zasobów

- budowa portfela produktowego (programowanie liniowe)
- ustalanie kompozycji floty (programowanie całkowitoliczbowe)
- załadunek – problem plecakowy (programowania całkowitoliczbowe)
- harmonogramowanie pracy (programowanie binarne)
- warsztat podsumowujący M1

→ 3 moduły tematyczne (grupy problemów)

- M0: wprowadzenie
- M1: dobór i wykorzystanie zasobów
- M2: lokalizacja obiektów i ustalanie zasięgu ich działania
- M3: ustalanie tras
- M4: podsumowanie

4

Agenda

Kluczowe elementy wykładu

- WPROWADZENIE** 1
Cel i zakres wykładu.
- PROBLEM PLECAKOWY - ZAŁADUNEK** 2
Istota. Sformułowanie matematyczne.
Rozwiązanie. Analiza rozwiązania
- PODSUMOWANIE** 3
Resume. Dyskusja

5

Problem plecakowy


Definicja problemu

→ Istota problemu plecakowego - KP (ang. *knapsack problem*)

- polega na wyborze zestawu przedmiotów do załadunku w określonej przestrzeni
 - ograniczenie stanowi dopuszczalna **objętość** lub **waga** załadunku
 - plecak symbolizuje określoną przestrzeń do załadunku



6

Problem plecakowy	Definicja problemu
	<p>→ Istota problemu plecakowego - KP</p> <ul style="list-style-type: none">• rozwiązanie problemu polega na<ul style="list-style-type: none">– optymalizacji załadunku z uwagi na ustalone kryterium (wagę, wartość, objętość, użyteczność, ...)– przy nieprzekroczeniu pojemności / ładowności „plecaka”
	⑦

Problem plecakowy	Definicja problemu
	<p>→ Istota problemu plecakowego - KP (ang. <i>knapsack problem</i>)</p> <ul style="list-style-type: none">• w praktyce spotykane są różne odmiany KP<ul style="list-style-type: none">– ograniczenie wagi– ograniczenie wagi i objętości– kolejność załadunku– ...• Istnieje wiele sformułowań KP<ul style="list-style-type: none">– model binarny– model całkowitoliczbowy– model mieszany
	⑧

Problem plecakowy

Definicja problemu

→ **Praktyczne zastosowanie problemu plecakowego – KP**

- opracowanie planu załadunku palet EUR
- pakowanie zakupów (sprzedaż wysyłkowa)
- załadunek paczek na pojazd kurierski (kolejność)
- załadunek kontenerów na statek (wyważenie)
- ...
- zakup i przewóz mebli do domu
- pakowanie plecaka od szkoły



9

Problem plecakowy

Definicja problemu

→ **Analiza przykładowego problemu**

- przebieg: 4-etapowy proces rozwiązywania problemu decyzyjnego

Etapy procesu rozwiązywania problemu decyzyjnego

- E1** Identyfikacja problemu decyzyjnego
- E2** Budowa modelu matematycznego problemu
- E3** A: Dobór metody rozwiązania.
B: Rozwiązanie problemu
- E4** A: Interpretacja rozwiązania
B: Analiza wrażliwości

10

Problem plecakowy

Etapy procesu rozwiązywania problemu decyzyjnego

E1

Identyfikacja problemu decyzyjnego

E2

Budowa modelu matematycznego problemu

E3

Dobór metody rozwiązania. Rozwiązanie problemu

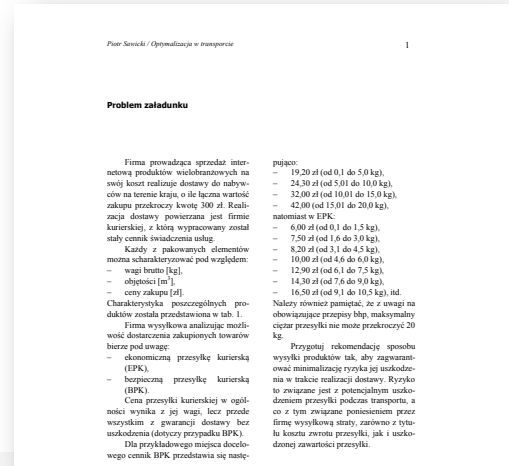
E4

Interpretacja rozwiązania. Analiza wrażliwości

E1: Identyfikacja problemu decyzyjnego

→ Analiza przypadku

- zobacz treść przypadku: „Problem załadunku...”



Problem plecakowy

Etapy procesu rozwiązywania problemu decyzyjnego

E1

Identyfikacja problemu decyzyjnego

E2

Budowa modelu matematycznego problemu

E3

Dobór metody rozwiązania. Rozwiązanie problemu

E4

Interpretacja rozwiązania. Analiza wrażliwości

E1: Identyfikacja problemu decyzyjnego

→ Analiza przypadku

- 3 przypadki do rozważenia (ograniczenia)
 - p1: uwzględnić wyłącznie wagę wysyłanych produktów
 - p2: uwzględnić zarówno wagę, jak i objętość produktów
 - p3: uwzględnić wagę oraz objętości produktów, a także zróżnicowaną liczbę każdego produktu, przy czym za opłacalne przyjmuje się wysłanie maksymalnie 3 paczek

<p>Problem plecakowy</p> <p>→ Przypadek p1</p> <ul style="list-style-type: none"> • problem sformułowany w postaci zadania programowania binarnego <ul style="list-style-type: none"> – zmienna decyzyjna $x_j = \begin{cases} 1 & \text{jeżeli } j\text{-ty produkt jest w plecaku} \\ 0 & \text{w przeciwnym przypadku} \end{cases}$ – funkcja celu $Z = \max \left(\sum_{j=1}^n p_j x_j \right)$ 	<p>E2: Budowa modelu matematycznego</p> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; margin-top: 20px;"> <p>gdzie:</p> <p>x_j – zmienna decyzyjna (binarna)</p> <p>p_j – jednostkowa wartość j-tego produktu ($j = 1, 2, \dots, n$)</p> </div>
13	

<p>Problem plecakowy</p> <p>→ Przypadek p1</p> <ul style="list-style-type: none"> • problem sformułowany w postaci zadania programowania binarnego <ul style="list-style-type: none"> – ograniczenia <ul style="list-style-type: none"> (1): masa produktów umieszczonych w kartonie nie przekracza wartości dopuszczalnej $\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq W$ (2): decyzja o umieszczeniu produktu w kartonie określa wartość binarna $x_j = 1 \cup 0$ 	<p>E2: Budowa modelu matematycznego</p> <div style="border: 1px solid gray; border-radius: 10px; padding: 10px; margin-top: 20px;"> <p>gdzie:</p> <p>x_j – zmienna decyzyjna (binarna)</p> <p>w_j – waga j-tego produktu ($j = 1, 2, \dots, n$)</p> <p>W – dopuszczalna masa produktów w kartonie</p> </div>
14	

<p>Problem plecakowy</p> <p>→ Przypadek p1</p> <ul style="list-style-type: none"> • problem sformułowany w postaci zadania programowania binarnego <ul style="list-style-type: none"> – funkcja celu $Z = \max \left(\sum_{j=1}^n p_j x_j \right)$ – ograniczenia $\sum_{j=1}^n w_j x_j \leq W$ $x_j = 1 \cup 0$ 	<p>E2: Budowa modelu matematycznego</p> <div style="border: 1px solid black; border-radius: 10px; padding: 10px; margin-top: 20px;"> <p>gdzie:</p> <p>x_j – zmienna decyzyjna (binarna)</p> <p>p_j – jednostkowa wartość j-tego produktu ($j = 1, 2, \dots, n$)</p> <p>w_j – waga j-tego produktu ($j = 1, 2, \dots, n$)</p> <p>W – dopuszczalna ładowność kartonu</p> </div>
15	

<p>Problem plecakowy</p> <p>→ Przypadek p2</p> <ul style="list-style-type: none"> • Budowa modelu optymalizacyjnego w oparciu o rozważania dla p1 – wprowadź dodatkowe ograniczenie <p>→ Przypadek p3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Sformułowanie w postaci programowania binarnego jest mniej zasadne niż w p1 i p2 <ul style="list-style-type: none"> – zmienna decyzyjna nie tylko ma określać przydział/odrzuć przydział pojedynczego produktu do kartonu 	<p>E2: Budowa modelu matematycznego</p>
16	

Problem plecakowy

E3: Rozwiązanie problemu

→ Rozwiązanie problemu dla p1-p3 z wykorzystaniem solver-a

- wykorzystanie silnika programowania liniowego (LP simplex)

17

Problem plecakowy

E4: Interpretacja rozwiązania

→ Ocena wyniku uzyskanego dla p1-p3

- wnioskowanie co do zasadności stosowania programowania binarnego lub całkowitoliczbowego

18

Podsumowanie

Zapraszam do dyskusji i zadawania pytań



Grafika: www.chemtrailsky.com

19

Tytuł:

03

Problem plecakowy.
Zastosowanie programowania binarnego
i całkowitoliczbowego

Autor:

Piotr SAWICKI
Zakład Systemów Transportowych | WIT | PP
piotr.sawicki@put.poznan.pl
piotr.sawicki.pracownik.put.poznan.pl
www.facebook.com/Piotr.Sawicki.PUT

Przedmiot:

Optymalizacja w transporcie

Specjalność:
LT, TD, TZ

Wersja:
2019.03.25

